

Azterketaren ebazpenak: ENERGIA

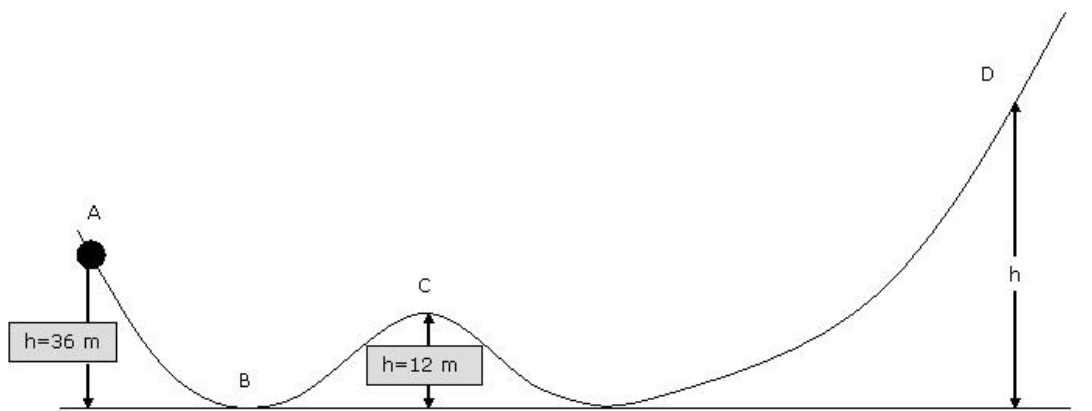
Izena

Kurtsoa

1. ARIKETA (PUNTUAZIOA: 3 puntu)

Marruskadurarik gabeko pista batetan gorputz bat botatzen da "A" puntutik 90 km/h-ko abiaduraz. Kalkulatu:

- a) abiadura "B" puntuan (1,50 PUNTU)
- b) abiadura "C" puntuan (0,50 PUNTU)
- c) zein altuerara iritsiko den gehienez ("D" puntua) (1 PUNTU)

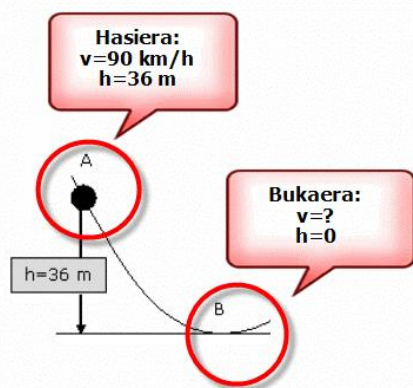


Altuera eta abiadurak kalkulatzeko energia mekanikoaren kontserbazio ekuazioa erabiliko dugu:

$$E_{\text{mek buk}} = E_{\text{mek has}} + W_{\text{ez-k}} \xrightarrow{W_{\text{ez-k}} = 0} E_{\text{mek buk}} = E_{\text{mek has}}$$

Non "has" hasierako egoera da eta hasierako abiadura eta altuera hartu behar dira kontuan eta "buk" bukaerako egoera eta bertan bukaerako altuera eta abiadura sartuko ditugu. Bidean lan ez-kontserbakorra zero da kanpoko indarrik ezta marruskadurarik ez dagoelako.

a) abiadura "B" puntuan



Hasierako abiadura m/s-tara pasa behar da:

$$v = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

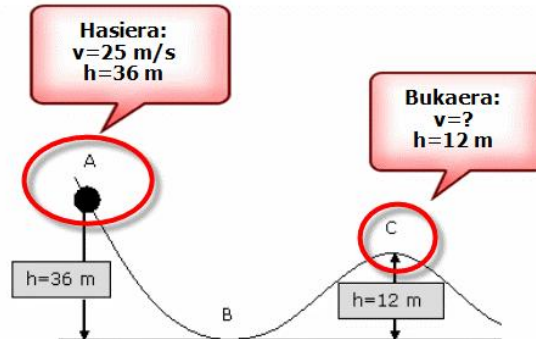
Ondoren, balioak sartuko ditugu energiaren kontserbazioaren ekuazioan, kontuan izanik energia mekanikoa energia potentzial grabitatorio ($E_p = m \cdot g \cdot h$) eta energia zinetikoaren ($E_z = \frac{1}{2} m v^2$) batura dela.

$$\frac{1}{2}mv^2 = m \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 36 \text{ m} + \frac{1}{2}m \left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2$$

Higikariaren masa ez da ezaguna, baina sinplifika daiteke.

$$\frac{1}{2}v^2 = 360 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 312,5 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \rightarrow v = 36,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) abiadura "C" puntuan

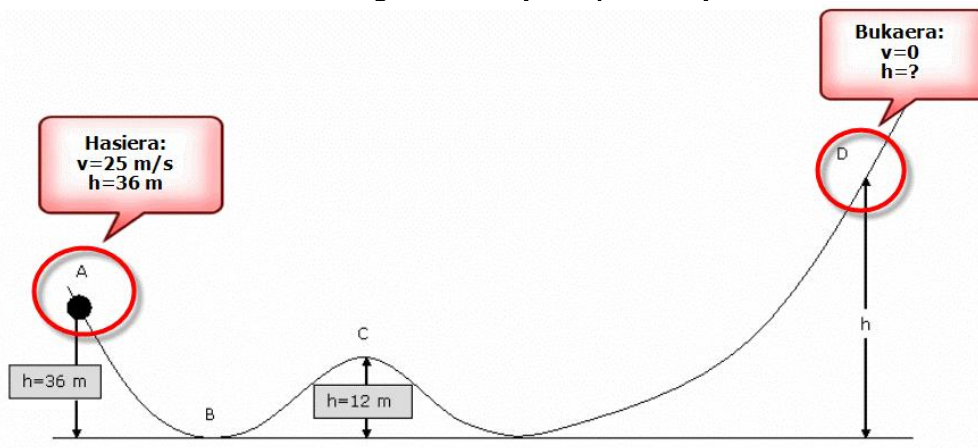


Hasiera gisa "A" edo "B" puntua har daiteke. Gure kasuan, lehengo bera hartuko dugu: "A" puntua. Energia mekanikoaren kontserbazioaren ekuazioak sartu ondoren, honako espresioa lortuko dugu:

$$\frac{1}{2}mv^2 + m \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 12 \text{ m} = m \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 36 \text{ m} + \frac{1}{2}m \left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}v^2 + 120 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 360 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 312,5 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \rightarrow v = 33,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) zein altuerara iritsiko den gehienez ("D" puntua)



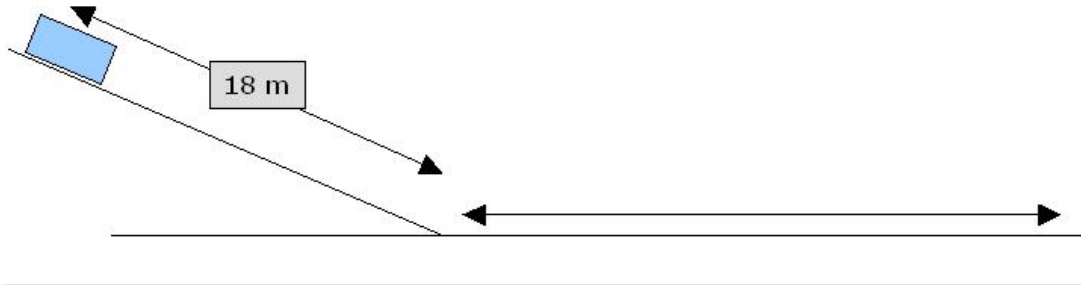
Kasu honetan, bukaerako abiadura 0 da, higikaria gorago ez doalako. Horren arabera:

$$m \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot h = m \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 36 \text{ m} + \frac{1}{2}m \left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \rightarrow$$

$$10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot h = 360 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 312,5 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \rightarrow h = 67,25 \text{ m}$$

2. ARIKETA (PUNTUAZIOA: 4 puntu)

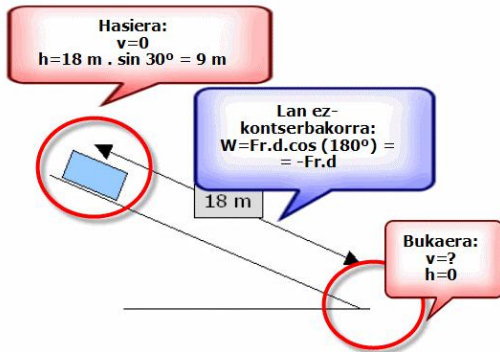
12 kg-ko gorputz bat erortzen utzi da, horizontalarekiko 30° ko malda eta 18 m-ko luzera duen plano inklinatu baten goreneko puntutik. Marruskadura-koefizientea $\mu = 0,1$ da bide osoan.



Kalkula ezazu:

- Maldan behera ailegatzen denean duen abiadura (1 PUNTU)
- Maldan dagoen tartean lan totalaren balioa (1 PUNTU)
- Plano horizontalean, gelditu arte egingo duen distantzia (1 PUNTU)
- 60 kg-ko txirrindulari batek (bizikletaren masa gehitu ondoren) aldapa hori 14 km/h-ko abiaduraz igotzeko behar duen potentzia (1 PUNTU)

a) Maldan behera ailegatzen denean duen abiadura



Kasu honetan marruskadura-indarrak lan negatiboa egiten du. Lana kalkulatzeko eraman behar den prozedura hau da:

- 1) indar normalaren balioa kalkulatu

$$N = P_y = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ$$

- 2) marruskadura-indarra kalkulatu

$$F_R = \mu \cdot N$$

- 3) lan ez-kontserbakorra kalkulatu

$$W_{\text{ez-k}} = F_R \cdot \Delta x \cdot \cos(180^\circ) = -F_R \cdot \Delta x$$

Hona hemen kalkuluak:

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30^\circ = 0,1 \cdot 12 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10,4 \text{ N}$$

$$W_{\text{ez-k}} = -10,4 \text{ N} \cdot 18 \text{ m} = -187 \text{ J}$$

$$E_{\text{mek has}} = \frac{1}{2} m v^2 + 12 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 9 \text{ m} = 1080 \text{ J}$$

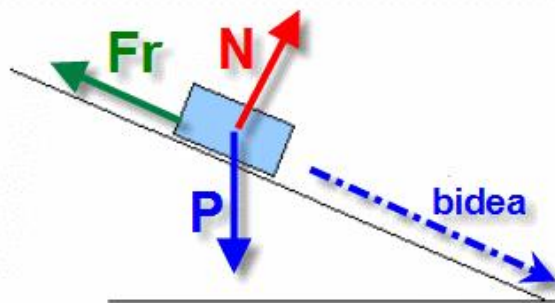
$$E_{\text{mek buk}} = \frac{1}{2} 12 \text{ kg} \cdot v^2 = 6 \text{ kg} \cdot v^2$$

Energia mekanikoaren kontserbazioaren ekuazioa erabiliz, bukaerako abiadura kalkulatu dugu:

$$6 \text{ kg} \cdot v^2 = 1080 \text{ J} - 187 \text{ J} \rightarrow v = \sqrt{\frac{1080 \text{ J} - 187 \text{ J}}{6 \text{ kg}}} = 12,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Maldan dagoen tartean lan totalaren balioa

Hona hemen lan totalaren kalkulua.



Kontuan hartu behar dira indarren eta bidearen arteko angeluak, lana kalkulatzeko. Hauek dira:

$$\begin{aligned} N: \alpha &= 90^\circ; \cos \alpha = 0 \\ P: \alpha &= 60^\circ; \cos \alpha = 0,5 \\ F_R: \alpha &= 180^\circ; \cos \alpha = -1 \end{aligned}$$

$$W_N = N \cdot \Delta x \cdot \cos 90^\circ = 0$$

$$W_P = P \cdot \Delta x \cdot \cos 60^\circ = 12 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 18 \text{ m} \cdot \frac{1}{2} = 1080 \text{ J}$$

$$W_{F_R} = -187 \text{ J}$$

$$W_{\text{TOT}} = W_N + W_P + W_{F_R} = 1080 \text{ J} - 187 \text{ J} = 893 \text{ J}$$

c) Plano horizontalean, gelditu arte egingo duen distantzia



Marruskadura-indarraren balioa berriro kalkulatu behar da; horizontalean, indar normala eta pisua balio berekoak dira. Beraz:

$$N=P=m.g=12 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}=120 \text{ N} \rightarrow F_R=\mu.N=0,1 \cdot 120 \text{ N} = 12 \text{ N}$$

$$W_{\text{ez-k}} = W_{F_R} = 12 \text{ N} \cdot \Delta x \cdot \cos(180^\circ) = -12 \text{ N} \cdot \Delta x$$

$$E_{\text{mek buk}} = E_{\text{mek has}} + W_{\text{ez-k}} \rightarrow 0 = 893 \text{ J} - 12 \text{ N} \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{893 \text{ J}}{12 \text{ N}} = 74,42 \text{ m}$$

d) 60 kg-ko txirrindulari batek (bizikletaren masa gehitu ondoren) aldapa hori 14 km/h-ko abiaduraz igotzeko behar duen potentzia

Erabiliko dugun ekuazio nagusia $P=F \cdot v$ da, non F txirrindulariak eginiko indarra den eta v abiadura.



Txirrindulariak eginiko indarra, pisuaren "x" osagaia (P_x , atzeraka doana) eta marruskadura indarrak gainditu behar ditu.

$$P_x = P \cdot \sin 30^\circ = 60 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} = 300 \text{ N}$$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30^\circ = 52 \text{ N}$$

$$F = P_x + F_R = 352 \text{ N}$$

$$v = 14 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 3,89 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P = F \cdot v = 352 \text{ N} \cdot 3,89 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1369 \text{ w}$$

3. ARIKETA (PUNTUAZIOA: 3 puntu)

Plaka elektriko bat funtzionatzen du 105 V (korronte zuzena) eta 8,5 A-rekin.



Kalkulatu:

- plaka elektrikoaren potentzia W, kW eta ZP-tan (1 PUNTU)
- 1min 15 s funtzionatzen egoten bada, plaka horrek emandako energia (1 PUNTU)
- denbora horretan 4,5 L ur berotzen badu, uraren tenperatura zenbat igokoden (errendimendua: %60) (1 PUNTU)

DATUAK:

1 Z.P. = 736 watt

Bero espezifikoa: 4180 J/kg.°C

a) plaka elektrikoaren potentzia W, kW eta ZP-tan

Potentziaren ekuazio haxe erabiliko dugu: $P=V.I$

Horren arabera, hona hemen plaka elektrikoaren potentzia:

$$P=V.I=105 \text{ V} \cdot 8,5 \text{ A} = 892,5 \text{ W}$$

$$P=892,5 \text{ W} \frac{1 \text{ kW}}{1000 \text{ W}} = 0,89 \text{ kW}$$

$$P=892,5 \text{ W} \frac{1 \text{ ZP}}{736 \text{ W}} = 1,21 \text{ ZP}$$

b) 1min 15 s funtzionatzen egoten bada, plaka horrek emandako energia

$$E=P.t=892,5 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 75 \text{ s} = 66.937,5 \text{ J}$$

c) denbora horretan 4,5 L ur berotzen badu, uraren tenperatura zenbat igokoden (errendimendua: %60)

Urak jaso duen energia termikoa (beroa) kalkulatzeko, plakaren errendimendua hartu behar da kontuan.

$$Q= 66.937,5 \text{ J} \frac{60}{100} = 40.162,5 \text{ J}$$

Berotu behar den uraren masa:

$$m=4,5 \text{ L} \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ L}} = 4,5 \text{ kg}$$

Beroaren ekuazioa erabiliz, tenperaturaren igoera kalkulatu dugu:

$$Q=m.c_e.\Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{Q}{m.c_e} = \frac{40162,5 \text{ J}}{4,5 \text{ kg} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg}.\text{°C}}} = 2,14 \text{ °C}$$