13. ariketa

Hona hemen higikari baten posizio-bektorea: $\vec{r} = (6t - t^2)\vec{i} + (2 + 8t)\vec{j}$ (SI).

Kalkulatu:

a) Higikariaren hasierako posizio eta abiadura eta bere azelerazioa.

b) Higikariaren posizioa bere abiadura "0Y" ardatzaren paraleloa denean.

"a" atala

Abiadura eta azelerazioa deribatuz kalkulatuko dugu.

$$\vec{r} = (6\frac{m}{s}t - 1\frac{m}{s^2}t^2)\ \vec{i} + (2m + 8\frac{m}{s}t)\ \vec{j}$$

$$\xrightarrow{\text{deribatuz}} \vec{v} = (6\frac{m}{s} - 2\frac{m}{s^2}t)\ \vec{i} + 8\frac{m}{s}\ \vec{j} \xrightarrow{\text{deribatuz}} \vec{a} = -2\frac{m}{s^2}\ \vec{i}$$

$t = 0$ (hasieran) denean:

$$\vec{r_0} = 2m\ \vec{j} \text{ edo } (0\text{ m}, +2\text{ m})$$

$$\vec{v_0} = 6\frac{m}{s}\ \vec{i} + 8\frac{m}{s}\ \vec{j} \text{ edo } (+6\frac{m}{s}, +8\frac{m}{s})$$

$$\vec{a_0} = -2\frac{m}{s^2}\ \vec{i} \text{ edo } (-2\frac{m}{s^2}, 0)$$

"b" atala

Abiadura "OY" ardatzarekiko paraleloa izatea, abiadura-bektorea bertikala izatea suposatzen du; hau da, abiaduraren "x" osagaia 0 izatea.

$$\vec{v} = (6\frac{m}{s} - 2\frac{m}{s^2}t)\ \vec{i} + 8\frac{m}{s}\ \vec{j} \rightarrow 6\frac{m}{s} - 2\frac{m}{s^2}t = 0 \rightarrow t = 3\text{ s}$$

$$\vec{r_3} = (6\frac{m}{s}.3\text{ s} - 1\frac{m}{s^2}9\text{ s}^2)\ \vec{i} + (2\text{ m} + 8\frac{m}{s}.3\text{ s})\ \vec{j} = 9\text{ m}\ \vec{i} + 26\text{ m}\ \vec{j}$$

14. ariketa
Institutuko patiotik 28 m-ko altueran dagoen leiho batetik pilota bat jaurtitzen dugu **horizontalki** patioaren beste muturreraino iristeko asmotan. Patioaren zabalera 80 m-koa dela onartzen badugu, kalkulatu: a) Pilotari eman behar diogun hasierako abiadura minimoa. b) Abiadura minimo horrekin botatzen badugu, kalkula ezazu pilota patiotik 10 m-ko altueratik igarotzen deneko abiadura.

"a" atala

$$\vec{r} = v_0 t\ \vec{i} + (28\ \mathrm{m} - 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} t^2)\ \vec{j}$$

Baldintzak:

$x = 80$ m denean

$y = 0$ gutxienez

$$\begin{cases} 28\ \mathrm{m} - 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} t^2 = 0 \ \rightarrow\ t = \sqrt{\dfrac{28\ \mathrm{m}}{5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 2{,}37\ \mathrm{s} \\ v_0 t = 80\ \mathrm{m} \xrightarrow{t=2{,}37\ \mathrm{s}} v_0 = \dfrac{80\ \mathrm{m}}{2{,}37\ \mathrm{s}} = 33{,}8\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{cases}$$

"b" atala

$$28\ \mathrm{m} - 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} t^2 = 10\ \mathrm{m} \ \rightarrow\ t = \sqrt{\frac{28\ \mathrm{m} - 10\ \mathrm{m}}{5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 1{,}9\ \mathrm{s}$$

$$\vec{r} \xrightarrow{\text{deribatuz}} \vec{v} = 33{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \vec{i} - 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} t\ \vec{j}$$

$$\xrightarrow{t=1{,}9\ \mathrm{s\ denean}} \vec{v} = 33{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \vec{i} - 19\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \vec{j}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(33{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 + (-19\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})_2} = 38{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

15. ariketa
Higikari baten posizio bektorea ondokoa da: $\vec{r} = 2t\,\vec{i} + (18 + 6t - 4t^2)\,\vec{j}$ (S.I.) . Kalkulatu: a) Higikariaren hasierako posizioa. b) Ibilbidearen ekuazioa. c) Higikariaren abiadura bere ibilbideak "OX" ardatza zeharkatzen duen unean.

"a" atala

$$\vec{r} = 2\ \frac{m}{s}t\ \vec{i}\ +\ (18\ m + 6\ \frac{m}{s}t - 4\frac{m}{s^2}t^2)\ \vec{j}$$

Hasierako posizioa ($t = 0$ denean):

$$\vec{r_0} = 18\ m\ \vec{j}\ \text{ edo } (0,\ 18\ m)$$

"b" atala

$$\vec{r} = 2\ \frac{m}{s}t\ \vec{i}\ +\ (18\ m + 6\ \frac{m}{s}t - 4\frac{m}{s^2}t^2)\ \vec{j}$$

$$\begin{cases} x = 2t \xrightarrow{\text{t askatuz eta beheko ekuazioan ordezkatuz}} t = x/2 \\ y = 18 + 6t - 4t^2 = \ 18\ +\ 3x\ -\ x^2 \end{cases}$$

"c" atala

$$\vec{r} = 2\ \frac{m}{s}t\ \vec{i}\ +\ (18\ m + 6\ \frac{m}{s}t - 4\frac{m}{s^2}t^2)\ \vec{j}$$

Baldintza: OX zeharkatzean $\rightarrow\ y = 0$

$$4\frac{m}{s^2}t^2 - 6\ \frac{m}{s}t - 18\ m \rightarrow\ t = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 288}}{8}\ =\ 3\ s$$

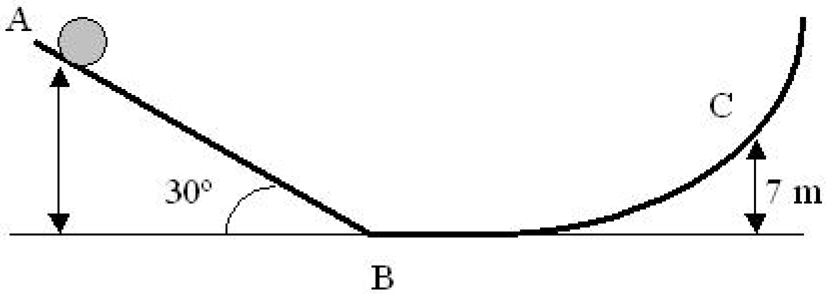
$$\vec{r} \xrightarrow{\text{deribatuz}} \vec{v} = 2\ \frac{m}{s}\ \vec{i}\ +\ (6\ \frac{m}{s} - 8\frac{m}{s^2}t)\ \vec{j}$$

$$\xrightarrow{\text{t=3 s denean}} \vec{v} = 2\ \frac{m}{s}\ \vec{i}\ \ -18\frac{m}{s}\ \vec{j}\ \text{ eta } \left|\vec{v}\right| = \sqrt{(2\ \frac{m}{s})^2 + (-18\frac{m}{s})^2}\ =\ 18{,}1\frac{m}{s}$$

16. ariketa

"A" puntuan askatzen den bolatxoak irudiko ibilbidea jarraitzen du. Ibilbideak ez duela inolako marruskadurarik eragiten eta "B" puntutik igarotzerakoan bolatxoaren abiadura 14 m/s-koa dela jakinik, kalkulatu:

a) "A" eta "B" puntuen arteko distantzia.
b) Bolatxoaren abiadura "C" puntuan.



"a" atala

$$E_{\text{mek buk}} = E_{\text{mek has}} + W_{\text{ez-k}}$$

$$E_{\text{mek buk}} = \frac{1}{2}\ m\ (14\frac{m}{s})^2 = 98\frac{m^2}{s^2}\ m$$

$$E_{\text{mek has}} = mgh = 10\frac{m}{s^2}\ mh$$

$$W_{\text{ez-k}} = 0$$

$$98\frac{m^2}{s^2}\ \cancel{m} = 10\frac{m}{s^2}\ \cancel{m}h \rightarrow h = \frac{98\frac{m^2}{s^2}}{10\frac{m}{s^2}} = 9{,}8\ m$$

$$\sin 30º = \frac{1}{2} = \frac{h}{\Delta x} \rightarrow \Delta x = 2.9{,}8\ m = 19{,}6\ m$$

"b" atala

$$E_{\text{mek buk}} = \frac{1}{2}\ m\ v^2 + 10\frac{m}{s^2}\ m\ 7\ m = \frac{1}{2}\ m\ v^2 + 70\frac{m^2}{s^2}\ m$$

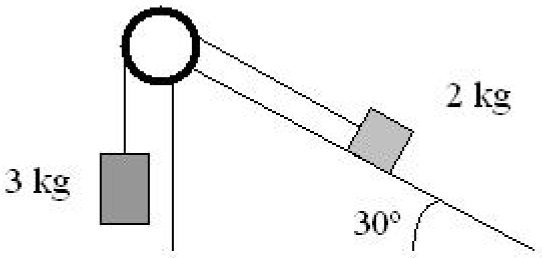
$$E_{\text{mek has}} = mgh = 10\frac{m}{s^2}\ m\ 9{,}8\ m = 98\frac{m^2}{s^2}\ m$$

$$\frac{1}{2}\ \cancel{m}\ v^2 + 70\frac{m^2}{s^2}\ \cancel{m} = 98\frac{m^2}{s^2}\ \cancel{m} \rightarrow v = \sqrt{2(98\frac{m^2}{s^2} - 70\frac{m^2}{s^2})} = 7{,}5\ \frac{m}{s}$$

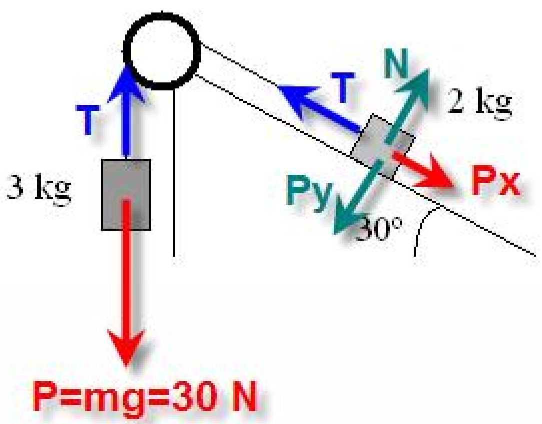
17. ariketa

Irudiko sistema emanda , kalkulatu:

a) Indar guztien eskema argia.
b) Sistemaren azelerazioa.
c) Sokaren tentsioa.



"a" atala

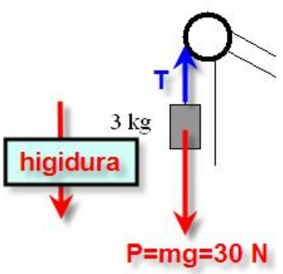


"b" atala

$$F_T = m_T . a \rightarrow a = \frac{F_T}{m_T} = \frac{30\ N - 20\ N.\sin 30º}{(3\ kg + 2\ kg)} = \frac{20\ N}{5\ kg} = 4\ \frac{m}{s^2}$$

"c" atala

Tentsioa kalkulatzeko, Newton-en legeak gorputz bakar bati aplikatu behar zaio. Gure kasuan, zintzilik dagoen gorputza aukeratuko dugu:



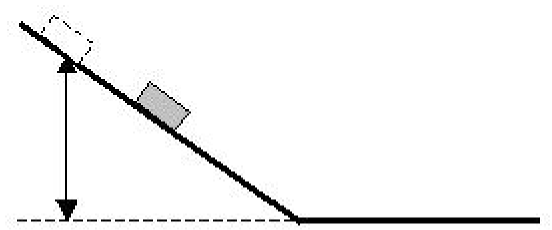
$$F_T = m.a \rightarrow 30\ N - T = 3\ kg\ .\ 4\ \frac{m}{s^2} \rightarrow T = 18\ N$$

18. ariketa

5 kg-ko gorputz bat erortzen utzi da, marruskadurarik gabe, horizontalarekiko 30º-ko malda eta 6 m-ko luzera duen plano inklinatu baten goreneko puntutik.

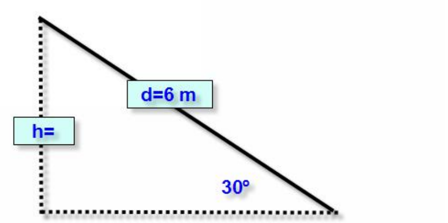
Ondoren, marruskadura-koefizientea 0'2 duen plano horizontal batetik jarraituz, irudian ikusten den bezala. Kalkulatu:

a) Maldaren bukaerara ailegatzen deneko abiadura.
b) Plano horizontalean gelditu arte egingo duen distantzia.
c) Marruskadura indarraren eraginez galdu duen energia mekanikoa.



"a" atala

Hasierako altuera jakin daiteke, angelua eta distantziaren funtzioa delako.



$$\sin 30º = \frac{1}{2} = \frac{h}{6\ \text{m}} \rightarrow h = 3\ \text{m}$$

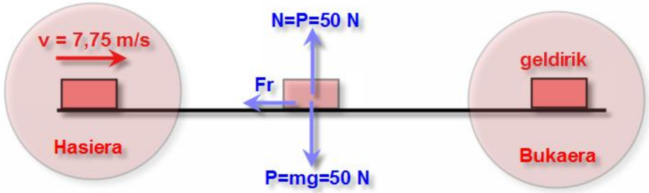
Ondoren, energiaren kontserbazioa erabiliz, malda bukaeran duen abiadura kalkulatuko dugu (lan ez-kontserbakorrarik ez dago).

$$E_{\text{mek buk}} = E_{\text{mek has}} \rightarrow \frac{1}{2}.5\ \text{kg}.v^2 = 5\ \text{kg}.10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.3\ \text{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{150\ \text{J}}{2{,}5\ \text{kg}}} = 7{,}75\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

"b" atala

Ibilbide honetan, marruskadura-indarra dago.



$E_{mek\ buk} = E_{mek\ has} + W_{ez\text{-}k} \rightarrow E_{mek\ buk}=0;\ E_{mek\ has}=150\ J$

$F_R = \mu N=0,2.50\ N = 10\ N$

$W_{ez\text{-}k}=F_R.d.\cos(180º) = -10\ N.d \rightarrow 0=150\ J - 10\ N.d$

$$d=\frac{150\ J}{10\ N} = 15\ m$$

"c" atala

Galdutako energia mekanikoa, 150 J dira:

$\Delta E_{mek} = E_{mek\ buk} - E_{mek\ has} = -150\ J$

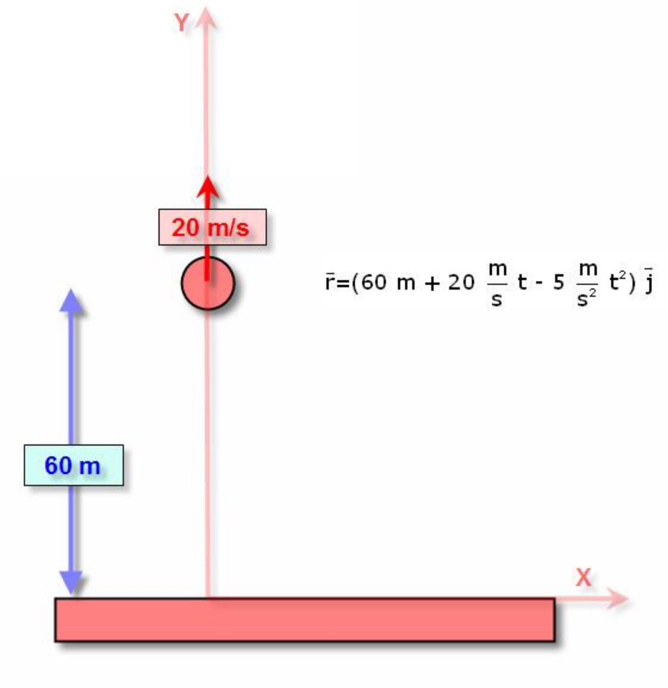
19. ariketa

60 m-ko altuera duen etxe baten teilatutik harri bat botatzen da gorantz eta bertikalki 20 m/s-ko hasierako abiaduraz.

a) Idatz ezazu harriaren posizio-bektorearen espresioa.
b) Kalkula ezazu harriaren altuera maximoa.
c) Kalkula ezazu harriaren abiadura lurrera iristerakoan.

"a" atala

"Y" ardatzarentzat, jatorria hartzeko harriaren posizioa hartuko dugu kontuan.



"b" atala

Altuera maximoaren egoera une batean gertatzen da eta une horren baldintza hauxe da:

altuera maximoko unean, abiaduraren "y" osagaiaren balioa (kasu honetan abiaduraren balioa, zeren "x" osagairik ez du) 0 da.

Lehenengoz, abiaduraren ekuazioa lortuko dugu (deribatuz) eta jarraian 0 egingo dugu, denboraren balioa ateratzeko. Amaitzeko, denboraren balio hori posizioaren ekuazioan sartuko dugu.

$$\vec{r}=(60\text{ m} + 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ t - 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ t^2)\ \vec{j} \rightarrow \vec{v}=(20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ t)\ \vec{j}$$

$$20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ t = 0 \rightarrow t = 2\text{ s}$$

$$h = 60\text{ m} + 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ t - 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ t^2 = 80\text{ m}$$

"c" atala

Lurrera iristearekin batera doan baldintza, altuera 0 dela da. Hori zein unetan gertatzen den (t) aterako dugu eta jarraian abiaduraren ekuazioan sartuko dugu, abiadura kalkulatzeko.

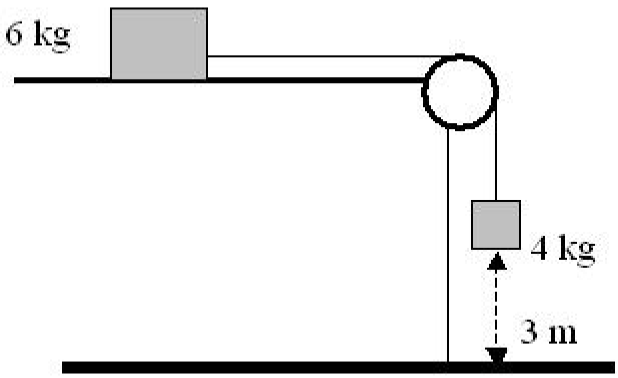
$$h=60\text{ m} + 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ t - 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ t^2=0 \xrightarrow{t^2-4t-12=0} t=\frac{4\pm\sqrt{16+48}}{2}= 6\text{ s}$$

$$\vec{v}=(20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ t)\ \vec{j} = -40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \vec{j}$$

20. ariketa

Irudian azaltzen den sistema geldiunetik abiatzen da. Plano horizontalaren eta blokearen arteko marruskadura-koefizientea 0’2 da. Indar guztiak ondo irudikatu eta kalkulatu:

a) Sistemaren azelerazioa.
b) Sokaren tentsioa.
c) Zenbat denbora behar den zintzilik dagoen blokeak lurra jotzeko

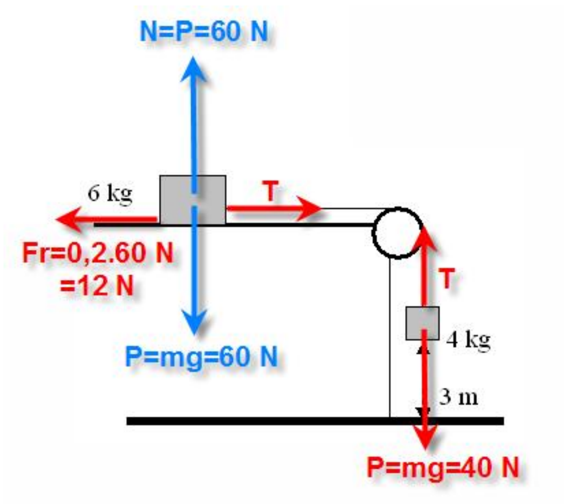


“a” atala

Newton-en ekuazioa aplikatuko diogu sistema osoari:

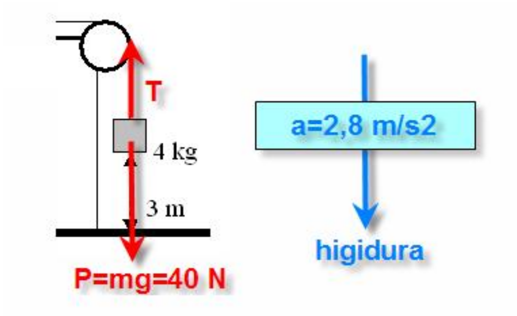
$$F_T = m_T . a \xrightarrow[m_T = 4\text{ kg} + 6\text{ kg}]{F_T = 40\text{ N} - 12\text{ N}}$$

$$a = \frac{28\text{ N}}{10\text{ kg}} = 2{,}8\ \frac{m}{s^2}$$



“b” atala

Sokaren tentsioa kalkulatzeko, Newton-en legea aplikatzen da, baina gorputz bakar bati. Gure kasuan, zintzilik dagoen gorputza hartuko dugu:



$$F_T = m.a \rightarrow 40\text{ N} - T = 4\text{ kg}.2{,}8\ \frac{m}{s^2}$$

$$T = 40\text{ N} - 4\text{ kg}.2{,}8\ \frac{m}{s^2} = 28{,}8\text{ N}$$

“c” atala

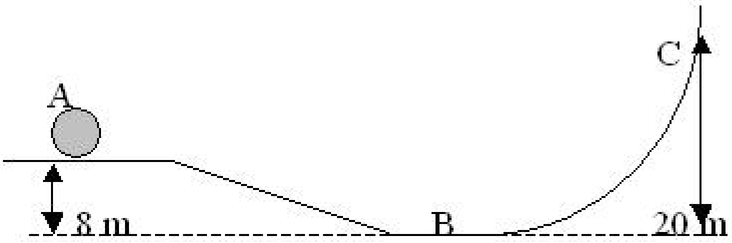
Higikariak higidura zuzen eta uniformeki azeleratua egingo du:

$$y = y_0 + v_0.t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 0 = 3\text{ m} - 1{,}4\ \frac{m}{s^2}t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{3\text{ m}}{1{,}4\ m/s^2}} = 1{,}46\text{ s}$$

21. ariketa

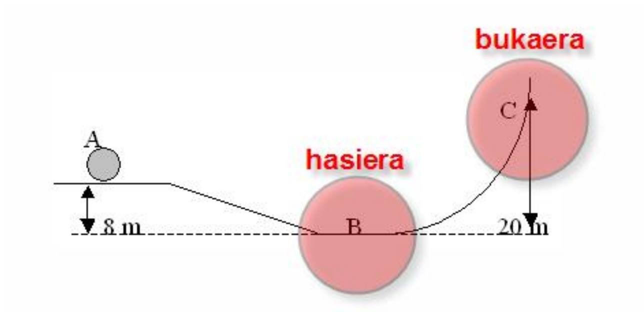
Irudian azaltzen den ibilbideak ez du inolako marruskadurarik. Bolatxoa "C" punturaino iristen dela jakinik, kalkulatu:

a) "B" puntuko abiadura
b) "A" puntuko abiadura.



"a" atala

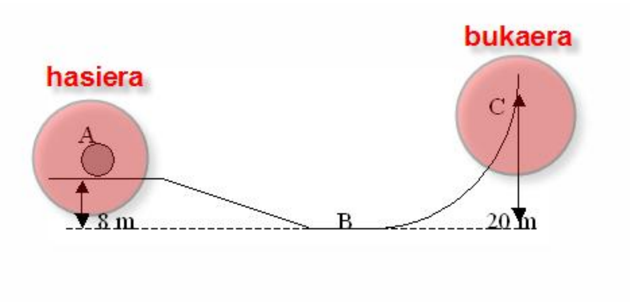
Lan ez-kontserbakorrarik ez dago. Beraz:



$$E_{\text{mek has}} = E_{\text{mek buk}} \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh \rightarrow v=\sqrt{2gh} = \sqrt{2.10\frac{m}{s^2}.20\ m} = 20\frac{m}{s}$$

"b" atala

Era berean, energia mekanikoaren kontserbazioa erabiliz:

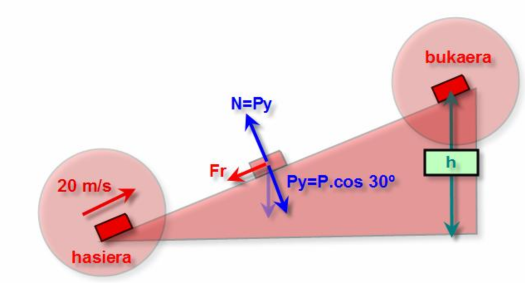


$$E_{\text{mek has}} = E_{\text{mek buk}} \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v^2+\cancel{m}gh_{has} = \cancel{m}gh_{buk} \rightarrow$$

$$v=\sqrt{2g(h_{buk}-h_{has})} = \sqrt{2.10\frac{m}{s^2}.(20\ m-8\ m)} = 15,5\frac{m}{s}$$

22. ariketa
30º-ko malda duen plano inklinatu baten beheko muturretik 5 Kg-ko bloke bat jaurtitzen da planoan gora 20 m/s-ko hasierako abiaduraz. Blokearen eta plano inklinatuaren arteko marruskadura-koefiziente zinetikoa 0'2 dela jakinda, kalkulatu: a) Blokeak egindako distantzia gelditu arte. b) Blokearen hasierako eta bukaerako energia mekanikoak. c) Marruskadura indarrak egindako lana ibilbide osoan.

"a" atala



$$E_{\text{mek has}} = \frac{1}{2}.5\ \text{kg}.(20\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 1000\ \text{J}$$

$$E_{\text{mek buk}} = 5\ \text{kg}.10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.\text{h} = 50\ \text{N.h}$$

$$\sin 30º = \frac{1}{2} = \frac{h}{\Delta x} \rightarrow \Delta x = 2h$$

$$N = Py = P.\cos 30º = 50\ \text{N}.\frac{\sqrt{3}}{2} = 43,3\ \text{N}$$

$$F_R = \mu N = 0,2.43,3\text{N} = 8,7\ \text{N}$$

$$W_{\text{ez-k}} = -F_R.\Delta x = -8,7\ \text{N}.2.\text{h} = -17,4\ \text{N.h}$$

Energiaren kontserbazioaren ekuazioa aplikatuz:

$$E_{\text{mek buk}} = E_{\text{mek has}} + W_{\text{ez-k}}$$

$$50\ \text{N.h} = 1000\ \text{J} - 17,4\ \text{N.h}$$

$$h = \frac{1000\ \text{J}}{50\ \text{N} + 17,4\ \text{N}} = 14,8\ \text{m}$$

$$\Delta x = 2h = 29,6\ \text{m}$$

"b" atala

$$E_{\text{mek has}} = \frac{1}{2}.5\ \text{kg}.(20\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 1000\ \text{J}$$

$$E_{\text{mek buk}} = 5\ \text{kg}.10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.14,8\ \text{m} = 740\ \text{N}$$

"c" atala

$$W_{\text{ez-k}} = E_{\text{mek buk}} - E_{\text{mek has}} = 740\ \text{N} - 1000\ \text{J} = -260\ \text{J}$$