

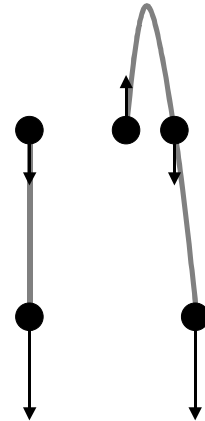
## Zinematikako ariketak: jauzi libre

**1. Altuera batetik abiadura berberantz jaurtiki dira bi objektu, bata gorantz eta bestea beherantz. Arrazoitu ezazu ea lurrera abiadura berberantz iritsiko diren.**

Gorputza gorantz botatzen denean, berriro hasierako posiziotik pasako da eta momentu horretan, hasierako abiaduraren modulua izango du baina aurkako norantza.

Hau da, naiz eta denbora ezberdinetan izan, posizio berdinetik eta beherantz pasatzean, biek abiadura berdina izango dutenez, behean ere abiadura berdina izango dute.

Analitikoki, hona hemen jeistean abiaduraren balio absolutoa berdina denaren demostrazioa:



Altueraren espresioa kontutan harturik, gorptzak bi momentutan du hasierako altuera:

$$h = h_0 + v_0 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \xrightarrow{h=h_0} v_0 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 = 0 \rightarrow t(v_0 - 4,9 \cdot t) = 0$$

Bi momentu horietan abiadurak:

$$\begin{cases} t=0 \\ t = \frac{v_0}{4,9} \end{cases} \rightarrow v = v_0 - 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t \rightarrow \begin{cases} v = v_0 \\ v = v_0 - 9,8 \cdot \frac{v_0}{4,9} = -v_0 \end{cases}$$

Posizio-bektorearen "y" osagaia hartzen da soilik, zeren higidura bertikala da.

**2. Lorontzi bat 25m-ko altueratik erori da lurrera. Kalkula itzazu lurrera iristeko behar duen denbora eta bertan iristean duen abiadura.**

ANALISIA:

Objektu horren posizio-bektorea (edo bere "y" osagaia) hartuko dugu kontutan eta lurrera iristeko behar duen denbora kalkulatzeko  $y=0$  baldintza jarriko dugu. Abiadura jakiteko, denbora hori posizio-bektorearen deribatuan erabiliko dugu.

Hasierako abiadura 0 dela suposatuko dugu.

EBAZPENEA:

$$\vec{r} = (h_0 - 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2) \vec{j} = (25 \text{ m} - 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2) \vec{j}$$

$$h = 25 \text{ m} - 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 \xrightarrow{h=0} t = \sqrt{\frac{25 \text{ m}}{4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 2,26 \text{ s}$$

$$\vec{v} = -9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t \vec{j} \xrightarrow{t=2,26 \text{ s}} \vec{v} = -22,15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{j}$$

**3. Osin baten ertzetik erortzen utzi da ontzi bat barrura. Segundo bat geroago beste ontzi bat utzi da erortzen toki beretik.**

- a) Kalkula ezazu zer distantziara egongo diren bi ontziak bigarrena askatu eta 2 s. geroago, oraindik hondora iritsi ez dela suposatuz.
- b) Adieraz itzazu grafikoki bi ontzien abiadura eta posizioak denboraren funtzioan, beren higiduraren lehenengo 5 segundoetan.

ANALISIA:

Bi ontzien posizio-bektoreak (bere "y" osagaiak bereziki) idatziko ditugu eta bi altueren arteko diferentzia izango da bien arteko distantzia.

Hasierako abiadurak nuluak direla kontsideratuko ditugu. Lehenengo gorputza erortzean hasten gara denbora kontatzen.

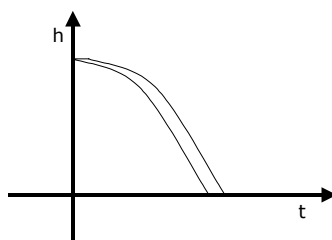
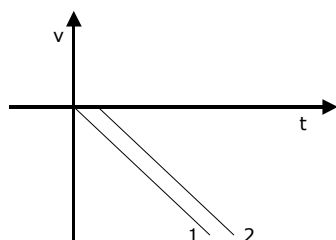
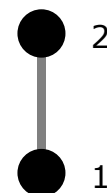
Ondoren, grafikoak egingo ditugu.

EBAZPENA:

$$\vec{r}_1 = (h_0 - 4,9 \frac{m}{s^2} \cdot t^2) \vec{j} \xrightarrow{t=3s} \vec{r}_1 = (h_0 - 44,1 m) \vec{j} \rightarrow h_1 = h_0 - 44,1 m$$

$$\vec{r}_2 = (h_0 - 4,9 \frac{m}{s^2} \cdot (t-1 s)^2) \vec{j} \xrightarrow{t=3s} \vec{r}_2 = (h_0 - 19,6 m) \vec{j} \rightarrow h_2 = h_0 - 19,6 m$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = +44,1 m - 19,6 m = 24,5 m$$



**4. Kanpamentua baino 1200 m gorago dagoen mendizale batek bere kantinplora jaurtiki du bertikalki beherantz, hasieran 0,5 m/s-ko abiadura emanez. Kalkula itzazu:**

- a) Kantinploraren abiadura, kanpamentuko altuerara iristean
- b) Kanpamentuaren altuerara iristeko pasatu behar den denbora.

ANALISIA:

Posizio-bektorea idatzi ondoren, h=0 denean denboraren balioa kalkulatu dugu. Jarraian, posizio-bektorea deribatuz, denbora horretarako abiadura kalkulatu dugu.

EBAZPENA:

$$\vec{r} = (1200 m - 0,5 \frac{m}{s} \cdot t - 4,9 \frac{m}{s^2} \cdot t^2) \vec{j} \xrightarrow{h=0} 4,9t^2 + 0,5t - 1200 = 0$$

$$t = \frac{-0,5 \pm \sqrt{0,25 + 23520}}{9,8} = 15,6 s$$

$$\vec{v} = (-0,5 \frac{m}{s} - 9,8 \frac{m}{s^2} t) \vec{j} \xrightarrow{t=15,6 s} \vec{v} = -153,4 \frac{m}{s} \vec{j}$$

**5. Mutil bat saiatzen ari da baloia arrebari jaurtikitzen, kaleko espaloitik 15 m-ko altueran dagoen etxeke leihora. Kalkula itzazu:**

- a) Arrebak hartu ahal dezan baloiari eman behar dion hasierako abiadura**
- b) Baloia leihora iritsi arte pasatuko den denbora**

ANALISIA:

Baloiaren posizio-bektorea (bere "y" osagaia bereziki) eta abiaduraren ekuazioak idatziko ditugu eta hortik hasierako abiadura eta denbora kalkulako ditugu.

EBAZPENA:

$$h = h_0 + v_0 \cdot t - 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 \xrightarrow{h_0=0; h=15\text{m}} 15 \text{ m} = v_0 \cdot t - 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$$

$$v = v_0 - 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t \xrightarrow{v=0} v_0 - 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t = 0$$

Sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 15 = v_0 \cdot t - 4,9 t^2 \\ v_0 - 9,8 \cdot t = 0 \end{array} \right\} \rightarrow v_0 = 9,8 t \rightarrow 15 = 9,8 t^2 - 4,9 t^2 = 4,9 t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{15}{4,9}} = 1,75 \text{ s} \rightarrow v_0 = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,75 \text{ s} = 17,15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**6. Lurretik bertikalki eta gorantz jaurtiki da pelota bat. Hirugarren pisuko leiho batetik, lurretik 9 m-ra, auzoko batek 5 m/s-ko abiaduraz pasatzen ikusi du. Determina itzazu:**

- a) Jaurtiketaren hasierako abiadura**
- b) Pilotak harturiko altuera maximoa**
- c) Leihora iritsi arte pasaturiko denbora**

ANALISIA:

Posizio-bektorea eta abiaduraren ekuazioak erabiliko ditugu kalkuluak egiteko.

EBAZPENA:

$$h = h_0 + v_0 t - 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2 \xrightarrow{h_0=0; h=9 \text{ m}} 9 \text{ m} = v_0 \cdot t - 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$$

$$v = v_0 - 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t \xrightarrow{v=5 \text{ m/s}} 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = v_0 - 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$$

Sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 9 = v_0 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \\ 5 = v_0 - 9,8 \cdot t \end{array} \right\} \rightarrow v_0 = 5 + 9,8 \cdot t \rightarrow 9 = (5 + 9,8 \cdot t) \cdot t - 4,9 \cdot t^2$$

$$4,9 t^2 + 5t - 9 = 0 \rightarrow t = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 220,5}}{9,8} = 1,09 \text{ s}$$

$$v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,09 \text{ s} = 15,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$h_{\text{max}} \rightarrow v = 0 \rightarrow 0 = 15,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t \rightarrow t = 1,60 \text{ s}$$

$$h_{\text{max}} = v_0 t - 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2 = 25,12 \text{ m} - 12,54 \text{ m} = 12,58 \text{ m}$$

**7. Lapitz bat erortzen utzi da 20 m-ko altuera duen dorre batetik. Aldiune berean, lurretik gorantz klarion-zati bat jaurtiki da bertikalki, 10 m/s-ko abiaduraz.**

**a) Determina itzazu objektu bien posizioak eta abiadurak, elkarrekin topo egiten duten unean**

**b) Kalkula ezazu topo egin arte pasaturiko denbora**

ANALISIA:

Lehenengoz, bien posizio-bektoreak idatziko ditugu eta biek topo egitean, altuera berean egongo dira eta denbora kalkulatuko dugu.

Denbora jakin ondoren, bakoitzaren abiadura kalkula daiteke.

Goitik botatzen den gorputzaren hasierako abiadura 0 dela suposatuko dugu.

EBAZPENEA:

$$\vec{r}_1 = (x_0) \vec{i} + (h_0 + v_0 \cdot t - 4,9 \frac{m}{s^2} \cdot t^2) \vec{j} \rightarrow h_1 = 20 \text{ m} - 4,9 \frac{m}{s^2} \cdot t^2$$

$$\vec{r}_2 = (x_0) \vec{i} + (h_0 + v_0 \cdot t - 4,9 \frac{m}{s^2} \cdot t^2) \vec{j} \rightarrow h_2 = 10 \frac{m}{s} \cdot t - 4,9 \frac{m}{s^2} t^2$$

$$h_1 = h_2 \rightarrow 20 \text{ m} - 4,9 \frac{m}{s^2} \cdot t^2 = 10 \frac{m}{s} \cdot t - 4,9 \frac{m}{s^2} t^2 \rightarrow t = \frac{20 \text{ m}}{10 \frac{m}{s}} = 2 \text{ s}$$

$$h_1 = h_2 = 20 \text{ m} - 4,9 \frac{m}{s^2} \cdot t^2 = 0,4 \text{ m}$$

$$v_1 = -9,8 \frac{m}{s^2} t = -19,6 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = 10 \frac{m}{s} - 9,8 \frac{m}{s^2} t = -9,6 \frac{m}{s}$$